Parabel h a m, vermittelst zweyer Lineen b m, &c. und h o, &c. zwey Stükke abgeschnitten/ und aus dem Endpunct der einen Lini h o auf ihren Durchmesser die Lini h e mit der andern abschneidenden gleichlauffend gezogen/ ꝛc.

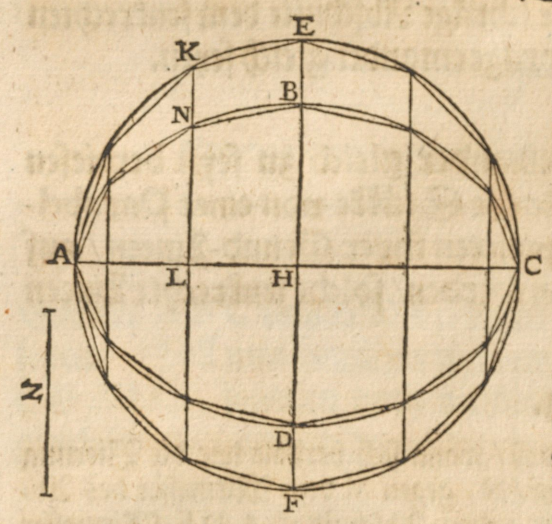
Beweiß.

Vermög obangezogener II. Betrachtung in V. und ihrer Folgen / ist i a gleich a b, und verhält sich wie i a gegen i m, also i m gegen k m. Nun ist/ wegen Gleichlauffung derer Lineen i m und h o, wie auch h e, b m, und a q, offenbar / daß die Dreyekke o h e und m r q einander ähnlich/ m r q aber und a r i (wegen Gleichheit zweyer Seiten a i und q m, d. i. a b) nach allen Winkeln und Seiten auch einander gleich seyen. Welchem nach wir folgenden Schluß machen: Wie sich verhält h o gegen h e, so verhält sich m r gegen r q oder r a, und (nach dem 15den des V. B.) wie m i gegen a q, d. i. b m. Derowegen verhält sich auch (Krafft des 20sten im VI.) die Vierung h o gegen der Vierung h e, wie die Vierung i m (d. i. wegen gleicher ordentlicher Verhältnis derer Lineen i a, i m, und k m, und / Krafft des 17den im VI. das Rechtekk aus k m in i a oder a b) gegen der Vierung b m, d. i. (Krafft der I. Betr. in V.) gegen dem Rechtekk aus a c in a b. Nun verhält sich aber das Rechtekk aus k m in a b gegen dem Rechtekk aus a c in a b, wie k m gegen a c, nach dem 1sten im VI. Derowegen verhält sich auch die Vierung h o gegen der Vierung h e, wie k m gegen a c; Welches zu beweisen war.

Der V. Lehrsatz.

Eine jede/ von einem spitzwinklichten Kegelschnitt (einer ablangen Rundung) begriffene Fläche verhält sich gegen einer/ von ihrem grössesten Durchmesser beschriebenen / Scheibe / wie ihr kleinester Durchmesser gegen besagtem grössesten.

Erläuterung.



Es sey eine ablange Rund-Fläche A B C D, und deroselben grössester Durchmesser A C, der kleineste aber B D. Von A C sey ferner beschrieben eine Scheibe A E C F. Soll nun erwiesen werden/ daß die ablange Rund-Fläche A B C D gegen der Scheibe A E C F sich verhalte / wie B D gegen A C oder E F: Oder (welches gleich viel ist) wann umb einen Durchmesser/ als Z, eine Scheibe beschrieben würde / die sich gegen der Scheibe A E C F verhielte / wie B D gegen E F (nach Anleitung des 20sten im VI. und des 2ten im XII.) daß solche Scheibe Z der ablangen Rund-Fläche A B C D gleich sey.

Beweiß.

Dann so sie derselben nicht gleich ist / so muß sie entweder grösser oder kleiner seyn. Man setze erstlich / die Scheibe Z sey grösser / als gedachte ablange Fläche/ und werde in derselben in Gedanken beschrieben ein gleichseitiges Vielekke / also daß die übrigen Abschnittlein der Scheibe miteinander kleiner seyen dann der Uberrest solcher Scheibe über die ablange Fläche / und folgends das Vielekk annoch grösser als ofterwähnte Rund-Fläche/ nach der andern Folge des V. Lehrsatzes im I. B. von der Kugel und Rund-Säule. Nachmals verzeichne man innerhalb der Scheibe A E C F eben dergleichen/ d. i. dem vori-

gen

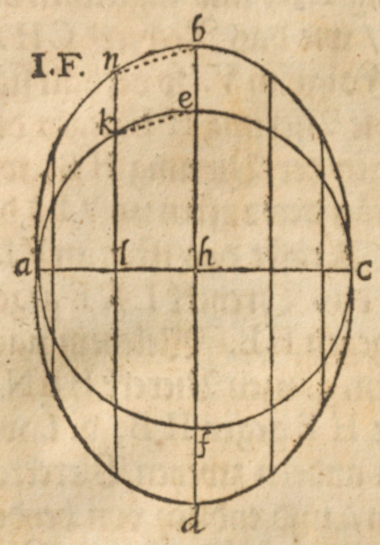
gen ähnliches und gleichvielseitiges Vielekk / und lasse aus allen desselben Winkeln senkrechte Lineen durch die ablange Rundung herunter (als da sind KNL, EBHD, &c.) daß also daher auch in dieser Rundung / durch Zusammenziehung derer Puncten N, B, &c. ein Vielekk entstehe / von eben so vielen Seiten als jene / innerhalb beyder Kreisse oder Scheiben beschriebene.

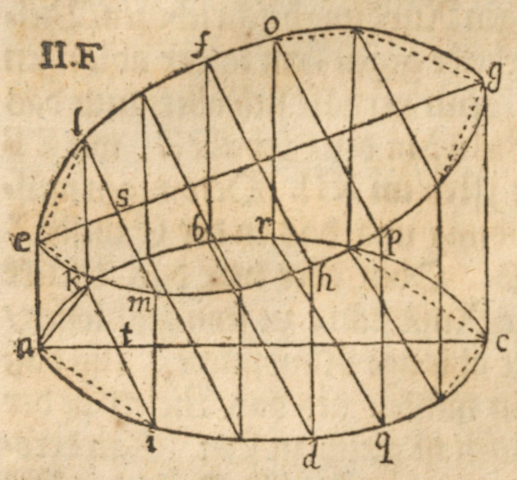
Dieweil nun die Vierung HE gegen der Vierung LK, und ingleichen die Vierung HB gegen der Vierung LN, sich verhält / wie das Rechtekk CHA gegen dem Rechtekk CLA, Laut der XII. Betr. 3. Folge in V. so verhält sich auch die Vierung HE gegen der Vierung LK, wie die Vierung HB gegen der Vierung LN; und verwechselt / die Vierung HE gegen der Vierung HB, wie die Vierung LK gegen der Vierung LN, d. i. (vermög des 22sten im VI.) die Lini HE gegen HB, wie LK gegen LN; und ferner (Krafft des 1sten im VI.) das Dreyekk HLE gegen dem Dreyekk HLB, wie das Dreyekk LKE gegen dem Dreyekk LNB, nehmlich beyderseits wie HE gegen HB. Welchem nach dann endlich auch das ganze Vierekk HLKE gegen dem ganzen Vierekk HLNB (Laut des 12ten im V. B.) sich verhalten wird wie HE gegen HB, d. i. wie EF gegen BD. Gleiche Verhältnis kan von jeden andern zweyen Vierekken in der Scheibe und der ablangen Rundung bewiesen / und endlich von beyden ganzen / innerhalb der Scheibe und der ablangen Rundung beschriebenen / Vielekken geschlossen werden / daß das in der Scheibe gegen dem in der ablangen Rundung sich verhalte wie EF gegen BD. Nun verhält sich aber auch das Vielekk in der Scheibe AECF gegen dem Vielekk in der Scheibe Z, wie EF gegen BD, vermög obigen Satzes und des 1sten im XII. Derowegen müssen beyde Vielekke / das in der ablangen Rundung und das in der Scheibe Z einander gleich seyn / Laut des 9ten im V. B. Oben aber war das Vielekk in der Scheibe Z grösser als die ganze ablange Rundfläche zu seyn geschlossen / wann die Scheibe Z grösser wäre als besagte ablange Rundfläche; also daß das Vielekk in der Scheibe Z viel grösser seyn müste / als das Vielekk in der ablangen Rundung / dem es doch zuvor erwiesen ist gleich zu seyn. Kan derowegen (weil sonsten widerwärtige Dinge folgeten) die Scheibe Z nicht grösser seyn / als ofterwähnte ablange Rundfläche.

Daß sie aber auch nicht kleiner seyn könne / wird auf gleichen Schlag erwiesen. Dann so sie kleiner wäre / könnte abermals in der ablangen Rundung ein Vielekk beschrieben werden / welches annoch grösser wäre als bemeldte Scheibe Z; und so aus desselben Winkeln abermals die Lineen HB, LN, &c. auf AC senkrecht gezogen und biß an den Kreiß AECF verlängert würden / daß innerhalb des Kreisses ein gleichviel-seitiges Vielekk entstünde; endlich ein anders diesem ähnliches in der Scheibe Z beschrieben würde: müste abermal das Vielekk der Scheibe AECF, so wol gegen dem Vielekk der ablangen Rundung / als gegen dem in der Scheibe Z, sich verhalten wie EF gegen BD; und folgends das Vielekk in Z dem Vielekk der ablangen Rundung gleich seyn. Woraus endlich folget / daß die Scheibe Z grösser wäre als das Vielekk der ablangen Rundung / da sie doch zuvor kleiner zu seyn gesetzet worden. Kan derohalben die Scheibe Z nicht kleiner seyn als die ablange Rundfläche. Sie ist aber auch nicht grösser / wie zuvor erwiesen; derowegen ist sie derselben gleich / ꝛc. Welches hat sollen bewiesen werden.

Anmerkung.

Keines andern Beweises bedürfte man / so man im Gegenteihl erweisen wolte / **daß jede ablange Rundfläche gegen der Scheibe ihres kleinesten Durchmessers sich verhalte / wie der grösseste gegen besagtem kleinesten**; wie ein jeder leichtlich selbsten sehen wird / wann er an statt obiger diese I. beygefügte / etwas weniges veränderte / Figur betrachtet / und im übrigen allerdings wie oben verfähret. Sonsten kan solches auch folgender gestalt vollbracht werden: Innerhalb des Kreisses a b c d sey beschrieben einiges gleichseitiges Vielekk / und / vermittelst derer senkrechten Lineen c g, q p, &c. auch in die ablange Rundung e f g h übergetragen. Nun teihlen die / hierdurch entstehende Vierekke i k l m, d b f h, q r o p, &c. die Durchmesser a c und e g nach gleicher Verhältnis / als man abnehmen kan **aus dem 2ten des** V I. **B.** So haben auch alle Vierekke und Dreyekke in dem Kreiß / gegen denen Vierekken und Dreyekken in der ablangen Rundung eben die Verhältnis / welche da haben die eingefangene Stükke ihrer Durchmesser (zum Exempel i a k gegen l e m, wie t a gegen s e) **vermög des 1sten im** V I. und darumb verhält sich auch die ganze Figur in dem Kreiß gegen der ganzen Figur in der ablangen Rundung / wie der Durchmesser a c gegen dem Durchmesser e g. Eben dieses kan von zweyen / umb den Kreiß und ablange Rundung beschriebenen / Vielekken bewiesen werden. Weswegen dann auch endlich der Kreiß oder die Scheibe selbsten gegen der ablangen Rundung eben die Verhältnis haben muß / die da hat der kleine Durchmesser a c gegen dem grossen e g. Wo nicht / so muß die Verhältnis grösser oder kleiner seyn. Lasst sie fürs erste grösser seyn. So muß demnach die Scheibe grösser seyn als die jenige Fläche / welche gegen der ablangen Rundung sich verhält / wie a c gegen e g; und kan folgends innerhalb des Kreisses a b c d ein Vielekk beschrieben / welches zum wenigsten so groß ist als gedachte Fläche / und daher aufs wenigste gegen der ablangen Rundfläche sich verhält / wie a c gegen e g. Eben aber solches Vielekk hat gegen einem Vielekk von gleichvielen Seiten in der ablangen Rundung auch die Verhältnis / die da hat a c gegen e g, als oben bewiesen worden: daher dann folgete / daß das Vielekk im Kreiß gegen dem Vielekk in der ablangen Rundung zum wenigsten eben so viel Verhältnis habe / als gegen der ablangen Rundung selbsten; welches aber ungereimt und unmöglich ist. Gleicher weise kan dargethan werden / daß / wann die Verhältnis der Scheibe gegen der ablangen Rundfläche kleiner zu seyn gesetzet wird / als die Verhältnis a c gegen e g, etwas ungereimtes und unmögliches folge: daher dann endlich geschlossen wird / daß besagte Scheibe gegen der ablangen Rundfläche sich eben so verhalte / wie a c gegen e g; und umbgekehrt / die ablange Rundfläche gegen der Scheibe / wie der grösseste Durchmesser e g gegen dem kleinesten a c.





Eben so kan nun auch das Gegenteihl / wie es in diesem V. Lehrsatz **Archimedis** verfasset ist / erwiesen werden.

Der VI. Lehrsatz.

Eine jegliche / von einem spitzwinklichten Kegelschnitt (einer ablangen Rundung) begriffene Fläche verhält sich gegen jeder gegebenen Scheibe / wie das Rechtekk aus beyden Durchmessern der ablan-