

sechs Data streng erfüllten, so würde man zwar auch eine Parabel darstellen können, aber der Brennpunkt derselben würde nur dann in den Mittelpunkt der Sonne fallen, wenn die sechs Beobachtungen absolut genau wären. — *Encke* hat Tafeln gegeben, wodurch die indirekte Auflösung der vorkommenden transcendenten Gleichungen erleichtert, d. h. die Versuche abgekürzt und, so viel als möglich, in ein festes System gebracht werden; andere Tafeln, die besonders zur Berechnung der Oerter aus den gefundenen Elementen dienen, haben *Barker* u. A. berechnet.

§. 172.

Will man dagegen eine elliptische Bahn berechnen, so wird man, theoretisch genommen, drei vollständige Beobachtungen anwenden müssen, deren sechs Coordinaten alsdann gerade hinreichen, die 6 elliptischen Elemente zu bestimmen. Allein praktisch möchte es wohl nicht einen einzigen Fall geben, wo aus drei Beobachtungen die elliptische Form einigermaßen sicher zu erkennen wäre, denn weit auseinander können sie bei Kometen (im Verhältniss zur Länge der ganzen Bahn) nicht liegen, und überdiess können, wie bereits bemerkt, die Beobachtungen einzeln genommen so genau nicht sein. Die wirklichen Abweichungen einer kometarischen Ellipse von der zunächst sich anschliessenden Parabel sind stets, wenn die Beobachtungen auch einige Monate auseinander liegen, auf einige Sekunden beschränkt (nur der *Encke'sche* und wenige andere Kometen machen davon eine Ausnahme), und 4—5 Sek. weichen selbst die besten und unter den allergünstigsten Umständen angestellten Beobachtungen noch von einander ab, wie die bisher ausgeführten Bahnberechnungen darthun. Es bleibt also nur übrig, möglichst viele und über einen möglichst grossen Zeitraum sich erstreckende Beobachtungen anzuwenden.

Ehemals wählte man aus der ganzen Anzahl der Beobachtungen willkürlich diejenigen aus, die man für die genauesten und dem Zwecke der Rechnung am meisten entsprechenden ansah, und liess die übrigen nur nachträglich als allgemeine Bestätigung gelten; oder auch jeder Astronom beschränkte sich auf seine eigenen Beobachtungen, bestimmte aus ihnen eine Bahn und man führte sodann diese verschiedenen Bahnen in den Kometenverzeichnissen auf. Jetzt verfährt man mit grösserer Consequenz. Man legt die (gewöhnlich schon vor dem gänzlichen Verschwinden des Kometen vorläufig berech-

neten) parabolischen Elemente als Näherungswerthe zum Grunde, berechnet aus ihnen die einzelnen Oerter für die Zeiten der Beobachtung, und vergleicht diese mit den beobachteten Oertern selbst. Jetzt nimmt man an, jedes der Elemente sei um eine vorläufig noch unbekannte Grösse Δ zu verbessern; es sei also z. B.:

$$\begin{array}{l} \text{der kleinste Abstand} \quad q + \Delta q \\ \text{der Ort der Sonnennähe} \quad P + \Delta P \\ \text{die Zeit der Sonnennähe} \quad T + \Delta T \\ \text{der aufsteigende Knoten} \quad \Omega + \Delta \Omega \\ \text{die Neigung} \quad i + \Delta i \\ \text{die Excentricität} \quad 1 + \Delta e \quad (\text{da sie in der} \\ \text{Parabel nothwendig} = 1 \text{ ist}). \end{array}$$

Man untersucht nun, welchen Einfluss die Veränderung eines jeden der Elemente auf den geocentrischen Ort des Kometen ausübe (mathematisch ausgedrückt: man bestimmt die Differentialquotienten der zu verbessernden Elemente), und erhält so eine Anzahl von Gleichungen, die gleich der doppelten Anzahl der vollständigen Beobachtungen ist, und in denen so viele unbekannte Grössen vorkommen, als Elemente verbessert werden sollen, in unserm Falle also sechs. Nun bestimmt man nach einer von *Legendre* erfundenen, von *Gauss* wesentlich verbesserten Berechnungsform, welche man die Methode der kleinsten Quadrate zu nennen pflegt, aus sämtlichen Gleichungen dasjenige System von Elementen, bei welchem die Summe der Quadrate der übrigbleibenden Fehler möglichst klein wird. Neben einem so bestimmten System von Elementen giebt es (so lange nicht neue Beobachtungen hinzukommen) kein zweites, welches einen gleich hohen Grad von Wahrscheinlichkeit hätte, man hat also zwar nicht die absolute Wahrheit — diese bleibt auch in gegenwärtiger Beziehung dem Erdenbewohner verborgen — aber doch eine Wahrscheinlichkeit, die der Wahrheit so nahe als möglich kommt, gewonnen, und zugleich bei folgerechter Anwendung dieser Rechnung (die daher auch Wahrscheinlichkeitsrechnung heisst) eine Kenntniss der ohngefähren Grenzen, innerhalb deren die herausgebrachten Werthe noch ungewiss sind, oder des sogenannten mittleren Fehlers eines jeden Elements, sowie jeder einzelnen Beobachtung erlangt. Dieses Verfahren wird jetzt in der Astronomie überall angewandt, wo die Beschaffenheit des Gesuchten und die vorhandenen Beobachtungen seine Anwendung gestatten; freilich erfordern auf diese Weise die Rechnungen einen vielfach grösseren Zeitaufwand als früher, gewähren aber auch die Befriedigung, dass man ein von allen willkühr-

lichen A
sagen k
lichen is
Mu
hesten
seiner I
Haedenh
grossen
Sp
nung d
Encke,
Mö
elliptisc
nung er
der Exc
streng
Fehler
überwie
wirklich
Wahl
Parabel
nicht w

W
umgeke
sonders
welche
Planete
Neigung
lichen
Grenze
und nu
vollstän
hingegen
gen, sic
grad un
häufige
aller a
benach
sehr mö
die Stö
selben
kann.

lichen Annahmen freies Resultat erhält, von dem man sich sagen kann, dass es das beste unter allen bis dahin möglichen ist.

Musterhafte Berechnungen dieser Art haben wir am frühesten *Bessel* zu verdanken, der theils selbst, theils unter seiner Leitung und Mitwirkung durch *Argelander*, *Mayer* und *Haedenkampff* die Bahnen mehrerer Kometen, besonders der grossen von 1807 und 1811 ausgeführt hat.

Später haben viele Astronomen sich um strenge Berechnung der Kometenbahnen verdient gemacht, so namentlich *Encke*, *Leverrier*, *Clausen*, *Hind* u. a.

Möglicherweise können, wie bereits erwähnt, statt der elliptischen Elemente hyperbolische als Resultat der Berechnung erscheinen. In diesem Falle wird Δe , die Correction der Excentricität, positiv gefunden. Hat man nun die Bahn streng methodisch berechnet, und findet sich der mittlere Fehler von e beträchtlich kleiner als Δe , so wäre eine überwiegende Wahrscheinlichkeit vorhanden, dass die Bahn wirklich hyperbolisch sei. Man hätte also dann nur noch die Wahl zwischen verschiedenen Hyperbeln, die Ellipse und Parabel wären beide ausgeschlossen und der Komet würde nicht wiederkehren.

§. 173.

Was indess sowohl die Berechnung der Elemente als auch umgekehrt die Herleitung der Oerter aus den Elementen besonders schwierig und verwickelt macht, sind die Störungen, welche sie von den Planeten erleiden. Die Störungen der Planeten unter sich sind wegen der geringen Excentricität und Neigung ihrer Bahnen, so wie wegen des allen gemeinschaftlichen direkten Laufes derselben, nicht nur sämmtlich in enge Grenzen eingeschlossen, sondern auch in Perioden darzustellen, und nur bei den kleinen Planeten hat Letzteres noch nicht vollständig durchgeführt werden können. Die Kometenbahnen hingegen zeigen alle nur denkbare Excentricitäten und Neigungen, sie bewegen sich ferner eben so häufig direkt als retrograd und durchstreifen die Bahnen mehrerer, ja in einem sehr häufigen Falle aller Planeten, sind folglich auch den Störungen aller ausgesetzt, während ein Planet meistens nur von den ihm benachbarten merklich gestört wird. Kommt nun vollends (was sehr möglich ist) ein Komet einem Planeten sehr nahe, so nehmen die Störungen ungemein rasch zu und es werden Glieder derselben merklich, die man in allen anderen Fällen übersehen kann. Die Umlaufzeit eines Planeten kann höchstens um